النماذج الاسترشادية وأجوبتها

لطلبة الثانوية العامة

في

الاستاتيكا

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

الامتحان التجريبي للصف الثالث الثانوي للعام الدراسي ٢٠١٤ - ٢٠١٥

الاستاتيكا (شعبة الرياضيات) | الزمن: ساعتان

يسمح باستخدام الالة الحاسبة | (الاسئلة في صفحتين)

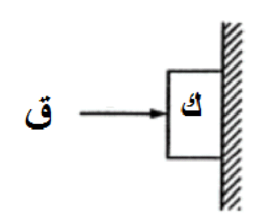
اولا: اجب عن السؤال الاتي (اجباري)

السؤال الاول: اكمل كل من الجمل الاتية لتصبح صحيحة

(١) يقال ان ازدواجين مستويين متكافئان اذا كان ٠٠٠٠٠٠٠

(٢) اذا كان هـ هي قياس الزاوية المحصورة بين المتجهين $\overline{أ}$ ، $\overline{ب}$ وكان $\| \overline{أ} \times \overline{ب} \| = \overline{أ} \odot \overline{ب}$ ، فإن هـ = ٠٠٠

(٣) قوتان متوازيتان مقدارهما ق ، ١٥ نيوتن تؤثران في نقطتين أ ، ب و مقدار محصلتهما ١٠ نيوتن في اتجاه القوة $\overline{ق}$ ، فان ق = ٠٠٠٠٠٠



(٤) مقدار اقل قوة افقية $\overline{ق}$ اللازمة لاتزان جسم كتلته ٥ كجم علي حائط رأسي خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم يساوي $\frac{1}{3}$ يساوي ٠٠٠٠٠٠ ث.كجم

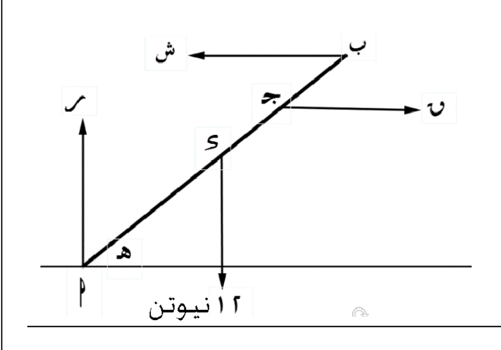
(٥) اذا كانت $\overline{ق}_1$ ، $\overline{ق}_2$ قوتان متوازيتان حيث $\overline{ق}_1 = (١، ٢)$ ، $\overline{ق}_2 = (م^٢، م - ٨)$. فان المركبة الجبرية للقوة $\overline{ق}_1$ في اتجاه القوة $\overline{ق}_2$ تساوي ٠٠٠٠٠٠

(٦) في الشكل المقابل

أب قضيب منتظم وزنه ١٢ نيوتن ، جاهـ = $\frac{3}{5}$

جـ منتصف $\overline{ءب}$. فاذا كان القضيب متزن تحت تأثير ازدواجين فإن

ق + ش + ر = ٠٠٠٠٠٠



ثانيا: اجب عن ثلاثة اسئلة فقط مما ياتي

السؤال الثاني:

(أ) وضع جسم وزنه (و) نيوتن علي مستوي مائل خشن يميل علي الافقي بزاوية قياسها هـ . فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوي يساوي ل حيث هـ > ل . اثرت علي الجسم قوة في اتجاه خط اكبر ميل للمستوي لاعلي وتمنعه من الانزلاق اثبت ان اقل قيمة للقوة هي $\left(\frac{\text{جا}(هـ - ل)}{\text{جتا} ل}\right)$ و

[بقية الاسئلة في الصفحة الثانية]

(ب)تؤثر القوة $\overrightarrow{ق} = ٦\overrightarrow{س} + ٥,٤\overrightarrow{ص}$ في نقطة ٢(٥ ، −١) . احسب عزم القوة $\overrightarrow{ق}$ حول كل من النقط ب(٢،٣) ، ء(−٢ ، ٠) ثم بين ان خط عمل $\overrightarrow{ق}$ يوازي $\overleftrightarrow{بء}$

السؤال الثالث:

(أ)ثلاث قوي متساوية في المقدار وتؤثر في نفس الاتجاه في رؤوس مثلث. اثبت ان محصلة هذه القوي تؤثر في نقطة تقاطع متوسطات المثلث.

(ب)اب سلم منتظم طوله ل ومقدار وزنه (و) يتزن في مستوي رأسي بحيث يستند بطرفه ا علي حائط رأسي املس وبطرفه ب علي ارض افقية خشنة معامل الاحتكاك بينهما يساوي $\frac{٤}{٣}$ ، فإذا كان السلم يميل علي الافقي بزاوية قياسها هـ حيث ظاهـ $= \frac{١}{٢}$. اوجد ابعد نقطة من ب علي السلم يمكن منها تعليق ثقل ضعف وزن السلم دون ان يختل توازن السلم.

السؤال الرابع:

(أ) اب قضيب منتظم طوله ٥٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن يدور بسهولة في مستوي رأسي حول مفصل مثبت عند طرفه ا . اثر علي القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٥٠ نيوتن . سم في اتجاه عمودي علي مستوي القضيب . اوجد في وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب علي الافقي ومقدا رد فعل المفصل .

(ب) △ ا ب جـ فيه م ∈ $\overline{اب}$ بحيث ام : م ب = ١ : ٢ ، ن ∈ $\overline{اجـ}$ بحيث ان : ن جـ = ٢ : ١ فإذا كان $\overleftarrow{ان} \times \overleftarrow{من} = \overleftarrow{اجـ} \times ك \overleftarrow{بجـ}$ فأوجد قيمة الثابت ك حيث ك > ٠

السؤال الخامس:

(أ) اء قضيب غير منتظم يرتكز في وضع الاتزان افقيا علي حاملين املسيين عند ب ، جـ حيث اب = بجـ = جـء وجد انه لو علق من الطرف ا ثقل قدره ٥ ث.كجم او من الطرف ء ثقل قدره ١٠ ث.كجم كان القضيب علي وشك الدوران ، اوجد وزن القضيب. واثبت ان نقطة تأثير وزن القضيب تقسمه بنسبة ٤:٥ من جهة الطرف ا .

(ب) ابجـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه اب = ٣ سم، بجـ = ٤ سم. اثرت قوي مقاديرها ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ نيوتن في الاتجاهات $\overrightarrow{اب}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{جـا}$ علي الترتيب اثبت ان المجموعة تكافئ ازدواج واوجد معيار عزمة. ثم اوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثران في ا ، جـ عموديتان علي $\overline{اجـ}$ حتي تحدث اتزاناً مع القوي المعلومة.

[انتهت الاسئلة]

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

نموذج إجابة الاستاتيكا (استرشادي ٢٠١٥)

اجابة السؤال الاول: ٦ درجات

١) القياسات الجبرية لعزميهما متساويين (درجة)

٢) ٤٥° (درجة)

٣) ٢٥ نيوتن (درجة)

٤) ١٥ (درجة)

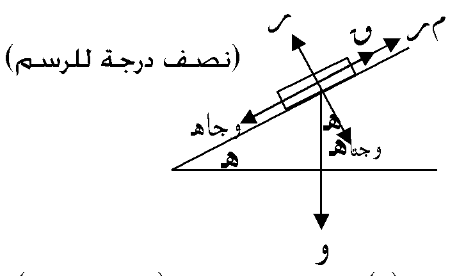
٥) $\sqrt{٥}$ (درجة)

٦) ٧٦ نيوتن (درجة)

اجابة السؤال الثاني: ٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) الجسم علي وشك الحركة لاسفل

(نصف درجة للرسم)



ر = وجتاهـ ....(١) (نصف درجة)

ق = وجاهـ − مر ....(٢) (نصف درجة)

بالتعويض من (١) في (٢)

∴ ق = و (جاهـ − م جتاهـ) (نصف درجة)

بالتعويض عن م = ظال (نصف درجة)

∴ ق = و $\left(\text{جاهـ} - \text{جتاهـ}\,\frac{\text{جال}}{\text{جتال}}\right)$ (نصف درجة)

∴ ق = و $\left(\frac{\text{جاهـ جتال} - \text{جتاهـ جال}}{\text{جتال}}\right)$ (نصف درجة)

∴ ق = و $\left(\frac{\text{جا(هـ} - \text{ل)}}{\text{جتال}}\right)$ (نصف درجة)

(ب) $\overrightarrow{ر_١} = \overrightarrow{ب أ} = \overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب}$

= (٣ ، −٤) (نصف درجة)

$\overrightarrow{ع_ب} = \overrightarrow{ر_١} \times \overrightarrow{ق}$ (نصف درجة)

= (٣ ، −٤) × $\left(٢ ، \frac{٣}{٢}\right)$ (نصف درجة)

= (٤,٥ + ٨) $\overrightarrow{ع}$ = ١٢,٥ $\overrightarrow{ع}$ (نصف درجة)

$\overrightarrow{ر_٢} = \overrightarrow{ء أ} = \overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ء}$

= (٧ ، −١) (نصف درجة)

$\overrightarrow{ع_ء} = \overrightarrow{ر_٢} \times \overrightarrow{ق}$

= (٧ ، −١) × $\left(٢ ، \frac{٣}{٢}\right)$ (نصف درجة)

= (١٠,٥ + ٢) $\overrightarrow{ع}$ = ١٢,٥ $\overrightarrow{ع}$ (نصف درجة)

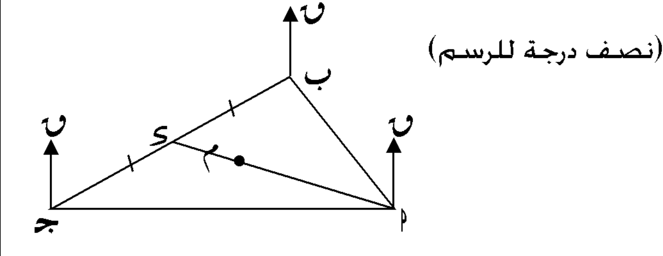
∴ $\overrightarrow{ع_ب} = \overrightarrow{ع_ء}$ (نصف درجة)

∴ خط عمل $\overrightarrow{ق}$ يوازي $\overleftrightarrow{ب ء}$

اجابة السؤال الثالث: ٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ) القوتان عند ب ، جـ متوازيتان ومتساويتان

(نصف درجة للرسم)



∴ محصلتهما = ٢ق (درجة)

وتؤثر في نقطة ء منتصف $\overline{ب جـ}$ (نصف درجة)

القوتان عند أ ، ء متوازيتان

∴ محصلتهما = ٣ق (درجة)

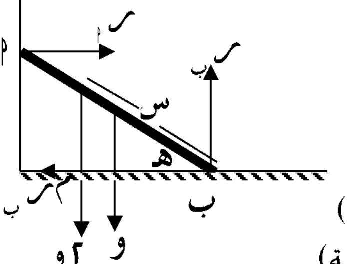
وتؤثر في النقطة التي تقسم $\overline{أ ء}$

بنسبة ٢ : ١ من جهة أ (نصف درجة)

اي في نقطة تلاقي متوسطات المثلث أ ب جـ (نصف درجة)

(ب)

(نصف درجة للرسم)



ر$_ب$ = ٣و (نصف درجة)

ر$_أ$ = م ر$_ب$ (نصف درجة)

∴ ر$_أ$ = $\frac{٤}{٣}$ ر$_ب$ = $\frac{٤}{٣}$ × ٣و = ٤و (نصف درجة)

القياس الجبري لعزوم القوي حول نقطة ب = ٠ (نصف درجة)

∴ و × $\frac{١}{٢}$ ل جتاهـ − ر$_أ$ × ل جاهـ + ٢و × س جتاهـ = ٠ (درجة)

∴ و × $\frac{١}{٢}$ ل × $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ − ٤و × ل × $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ + ٢و × س × $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ = ٠ (نصف درجة)

بالاختصار نصل الي س = $\frac{٣}{٤}$ ل

(باقي الاجابة في الصفحة التالية) (تراعي الحلول الاخري)

اجابة السؤال الرابع:٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ)

(نصف درجة للرسم)

الازدواج لا يتزن الا مع ازدواج

رد فعل المفصل يكون مع الوزن ازدواج

ر = ٢٠ نيوتن (نصف درجة)

$\therefore$ $\text{ع}_1 + \text{ع}_2 = ٠$ (درجة)

$\therefore$ −٢٠ × ٢٥ جتاهـ + ٢٥٠ = ٠ (درجة)

$\therefore$ جتاهـ = $\frac{١}{٢}$ (نصف درجة)

$\therefore$ هـ = ٦٠° (نصف درجة)

(ب)

$\because$ $\overleftarrow{\text{أن}} \times \overleftarrow{\text{أم}} = \text{ك}\ \overleftarrow{\text{أجـ}} \times \overleftarrow{\text{بجـ}}$ (نصف درجة)

$\therefore$ $\left\| \overleftarrow{\text{أن}} \times \overleftarrow{\text{أم}} \right\| = \text{ك} \left\| \overleftarrow{\text{أجـ}} \times \overleftarrow{\text{بجـ}} \right\|$ حيث ك > ٠ (نصف درجة)

٢مساحة Δ أمن = ك× ٢ مساحة Δ أبجـ (درجة)

$\therefore$ س × ٢ص جاأ = ك×٣س × ٣ص جاأ (درجة)

$\therefore$ ٢س ص = ٩ك س ص (نصف درجة)

$\therefore$ ك = $\frac{٢}{٩}$ (نصف درجة)

اجابة السؤال الخامس: ٨ درجات : (أ) ٤ درجات ، (ب) ٤ درجات

(أ)

نفرض ان وزن القضيب

يؤثر في نقطة هـ علي بعد س

من أ

ر_1 = ٥+و (نصف درجة)

$\text{ع}_{\text{أ}}$ = ٠

$\therefore$ و×س − (٥+و) × $\frac{١}{٣}$ل = ٠ (نصف درجة)

$\therefore$ ٣وس = (٥+و) ل ....(١) (نصف درجة)

ر_2 = ١٠+و (نصف درجة)

$\text{ع}_{\text{أ}}$ = ٠

$\therefore$ و×س + ١٠×ل − (١٠+و) × $\frac{٢}{٣}$ل = ٠ (درجة)

$\therefore$ ٣وس = (٢و−١٠) ل ....(٢)

من (١) ، (٢) ينتج ان ٢و−١٠ = ٥+و

و= ١٥ ث.كجم (نصف درجة)

بالتعويض في (١) $\therefore$ ٤٥س = ٢٠ل

$\therefore$ $\frac{\text{س}}{\text{ل}} = \frac{٤}{٩}$ (نصف درجة)

اي ان نقطة تاثير الوزن تقسم القضيب بنسبة ٤ : ٥ من جهة أ

(ب)

أجـ = $\sqrt{٣^٢+٤^٢}$ = ٥سم (نصف درجة)

$\because$ القوي في اتجاه دوري واحد (نصف درجة)

$\because$ $\frac{٣}{١٢} = \frac{٤}{١٦} = \frac{٥}{٢٠} = \frac{١}{٤}$

(نصف درجة)

$\therefore$ القوي تتناسب مع اطوال اضلاع المثلث بمقياس رسم $\frac{١}{٤}$

$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه

= $\frac{\text{٢ مساحة المثلث أبجـ}}{\text{مقياس الرسم}}$ = ٤٨نيوتن.سم (درجة)

القياس الجبري لعزمه = −٤٨ حيث اتجاه الدوران مع اتجاه عقارب الساعة (نصف درجة)

نفرض القوتان عند أ ، جـ هما ق ، ق ويكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه ٤٨ نيوتن.سم (نصف درجة)

$\therefore$ ق × أجـ = ٤٨ (نصف درجة)

ق = $\frac{٤٨}{٥}$ = ٩,٦ نيوتن (نصف درجة)

وزارة التربية والتعليم — مكتب مستشار الرياضيات

نموذج اختبار للصف الثالث الثانوي في مادة الاستاتيكا (شعبة الرياضيات) طبقاً للمواصفات الجديدة لعام ٢٠١٤

اجب عن الاسئلة الاتية — **يسمح باستخدام الالة الحاسبة**

السؤال الاول: اختر الاجابة الصحيحة من بين الاختيارات

(١)اذا كانت هـ قياس الزاوية بين قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل المحصل ، م هو معامل الاحتكاك فان م = ...

(أ) ظاهـ (ب) جاهـ (جـ) جتاهـ (ء) ظتاهـ

(٢)اذا كان $\overrightarrow{أ}$ = (– ٢،٣) ، $\overrightarrow{ب}$ = (–١، ٤) فإن مساحة متوازي الاضلاع الذي فيه ضلعان متجاوران يمثلان المتجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ تساوي .... وحدة مساحة

(أ)١١ (ب)١٤ (جـ)٥ (ء)–٥

(٣)المركبة الجبرية للقوة $\overrightarrow{ق}$ = ٤$\overrightarrow{س}$ –$\overrightarrow{ص}$ في اتجاه المتجه $\overrightarrow{أب}$ حيث أ(– ١،٤) ، ب(٢،٠) تساوي ....

(أ) $\frac{١٢}{٥}$$\overrightarrow{س}$ + $\frac{٤}{٥}$$\overrightarrow{ص}$ (ب) $\frac{-١٣}{٥}$ (جـ) $\frac{١٦}{\sqrt{١٣}}$ (ء) $\frac{١٦}{٥}$

(٤)تؤثر القوة $\overrightarrow{ق}_١$ = ٢$\overrightarrow{س}$ – ٣$\overrightarrow{ص}$ في النقطة أ(٢ ، ٣) وتؤثر القوة $\overrightarrow{ق}_٢$ = ٤$\overrightarrow{س}$ – ٦$\overrightarrow{ص}$ في النقطة ب(–١ ، – ٣) فإن المحصلة تؤثر في النقطة ....

(أ)(١ ، ٠) (ب)(٠ ، – ١) (جـ)(٣ ، – ١) (ء)(–١ ، ٠)

(٥)اذا كونت القوتان $\overrightarrow{ق}_١$ = أ$\overrightarrow{س}$ + ٣$\overrightarrow{ص}$،$\overrightarrow{ق}_٢$ = ٥$\overrightarrow{س}$ + ب$\overrightarrow{ص}$ ازدواجا فإن أ + ب = ...

(أ)صفر (ب)٨ (جـ)–٨ (ء)–٢

(٦)الشرط اللازم والكافي لاتزان مجموعة من القوي هو ....

(أ)انعدام متجه محصلة القوي
(ب)انعدام متجه عزم القوي حول اي نقطة
(جـ)انعدام متجه محصلة القوي و انعدام متجه عزم القوي حول اي نقطة
(ء)ان تكون القوي متوازية

السؤال الثاني:

(أ)وضع جسم وزنه (و) نيوتن علي مستوي مائل خشن يميل علي الافقي بزاوية قياسها هـ . فإذا كان قياس زاوية الاحتكاك بين الجسم والمستوي يساوي ل حيث هـ > ل . اثرت علي الجسم قوة في اتجاه خط اكبر ميل للمستوي لاعلي وتمنعه من الانزلاق اثبت ان اقل قيمة للقوة هي $\left(\frac{جا(هـ - ل)}{جتا ل}\right)$ و

(ب)تؤثر القوتان $\overrightarrow{ق}_١$ = أ$\overrightarrow{س}$ – ٢$\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق}_٢$ = $\overrightarrow{س}$ + ٣$\overrightarrow{ص}$ في نقطة أ(٠ ، ٢) . فإذا كان خط عمل المحصلة ينصف $\overline{جء}$ حيث جـ(٣ ، –١) ، ء(١ ، ٣)

١– اوجد قيمة أ ٢– اثبت ان خط عمل المحصلة يمر بالنقطة (٦، –١)

السؤال الثالث:

(أ)قوتان متوازيتان في اتجاه واحد مقدارهما ق_1 ، ق_2 نيوتن تؤثران في النقطتين أ ، ب علي الترتيب . فإذا تحركت القوة $\overrightarrow{\text{ق}_1}$ بحيث تظل موازية لنفسها مسافة قدرها س علي $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ فأثبت ان محصلة القوتين تتحرك في نفس الاتجاه مسافة قدرها $\left(\frac{\text{ق}_1}{\text{ق}_1+\text{ق}_2}\right)$س

(ب) $\overline{\text{أب}}$ سلم منتظم وزنه ٢٠ ث.كجم يرتكز بطرفه أ علي مستوي افقي املس وبطرفه ب علي حائط رأسي خشن معامل الاحتكاك بينه وبين السلم يساوي $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، حفظ السلم في مستوي رأسي في حالة اتزان بواسطة حبل افقي يصل الطرف أ بنقطة من المستوي تقع رأسيا اسفل ب . فإذا كان السلم يميل علي الافقي بزاوية قياسها ٦٠° وكان الحبل لا يتحمل شد اكبر من $20\sqrt{3}$ ث.كجم. فإثبت ان رجلا وزنه ٨٤ ث.كجم لا يستطيع ان يصعد اكثر من $\frac{5}{6}$ طول السلم دون ان ينقطع الحبل.

السؤال الرابع:

(أ) $\overline{\text{أب}}$ قضيب منتظم طوله ٢٠سم يدور حول مسمار في ثقب صغير عند نقطة جـ $\in \overline{\text{أب}}$ حيث أجـ = ٥ سم فاتزن القضيب في وضع افقي بتأثير قوتين مقدار كل منهما ٥٠ نيوتن تؤثران عند طرفيه أ ، ب في اتجاهين متضادين وتصنع كل منهما مع القضيب زاوية قياسها ٣٠° . اوجد وزن القضيب ومقدار رد فعل المسمار.

(ب) $\overrightarrow{\text{ق}}$ قوة في مستوي متوازي الاضلاع أبجـد بحيث القياس الجبري لعزوم القوة حول كل من أ ، ب ، جـ يساوي ١٥ ، -١٠ ، ١٥ نيوتن .سم علي الترتيب. اوجد القياس الجبري لعزوم القوة $\overrightarrow{\text{ق}}$ حول د

السؤال الخامس:

(أ) $\overline{\text{أب}}$ قضيب غير منتظم يرتكز في وضع الاتزان افقيا علي حاملين املسيين عند جـ ، د حيث أجـ = ٦ سم، بد = ٧ سم، ونقطة تأثير وزن القضيب تقسمه بنسبة ٢:٣ من جهة الطرف أ . وجد انه لو علق من الطرف أ ثقل قدره ١٢٠ث.كجم او من الطرف ب ثقل قدره ١٨٠ث.كجم كان القضيب علي وشك الدوران . اوجد وزن القضيب والبعد بين الحاملين.

(ب) أبجـد مستطيل فيه أب = ٩ سم، بجـ = ٢٤ سم ، النقطتان هـ ، و منتصفات $\overline{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{أد}}$ علي الترتيب. اثرت قوي مقاديرها ١٨ ، ٤٨ ، ٣٠ ، ٢٤ ث.جم في الاتجاهات $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{بجـ}}$ ، $\overrightarrow{\text{جـو}}$ ، $\overrightarrow{\text{وأ}}$ علي الترتيب . اثبت ان المجموعة تكافئ ازدواج واوجد معيار عزمة. ثم اوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثران في $\overleftrightarrow{\text{هـأ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{وجـ}}$ حتي تحدث اتزاناً مع القوي المعلومة

١ استاتيكا

س١:

(١) (ا) ظتا هـ

(٢) (حـ) ٥

(٣) (ا) $\frac{16}{5}$

(٤) (ب) (٣، −١)

(٥) (حـ) −٨

(٦) (حـ) انعدام متجه محصلة القوى وانعدام متجه عزم القوى حول أي نقطة

س:

(ا) الجسم على وشك الحركة لأسفل

∴ ر = و جتا هـ ①

ق = و جا هـ − م ر ②

بالتعويض من ① ، ②

ق = و (جا هـ − م جتا هـ) ، م = ظا ل

$= و \left(جا هـ - \frac{جا ل}{جتا ل} جتا هـ\right)$

$= و \left(\frac{جا هـ جتا ل - جتا هـ جا ل}{جتا ل}\right)$

$= \left(\frac{جا (هـ - ل)}{جتا ل}\right) و$

(ب) $\vec{ح} = \vec{ق_1} + \vec{ق_2} = (ا+١، ١)$

∴ المحصلة تنصف $\overline{حـ ء}$

∴ عزم المحصلة حول حـ = − عزم المحصلة حول ء

∴ $\vec{حـ ا} \times \vec{ح} = - \vec{ء ا} \times \vec{ح}$

∴ (−٢، ٢) × (ا+١، ١)

= (١، ١) × (ا+١، ١)

∴ −٢ − ٢ا − ٢ = ا − ١ − ١

∴ $\boxed{ا = -٢}$ ∴ $\vec{ح} = (-١، ١)$

لإثبات أن المحصلة تمر بالنقطة هـ (٦، −٢)

نوجد عزم المحصلة حول هذه النقطة

$\vec{ع_{هـ}} = \vec{هـ ا} \times \vec{ح}$

= (−٦، ٢) × (−١، ١)

= −٦ + ٦ = صفر $\vec{ع}$

∴ خط عمل المحصلة يمر بالنقطة (٦، −٢)

س٣

(ا) في الحالة الأولى

ق١ × ا حـ = ق٢ × ب حـ ①

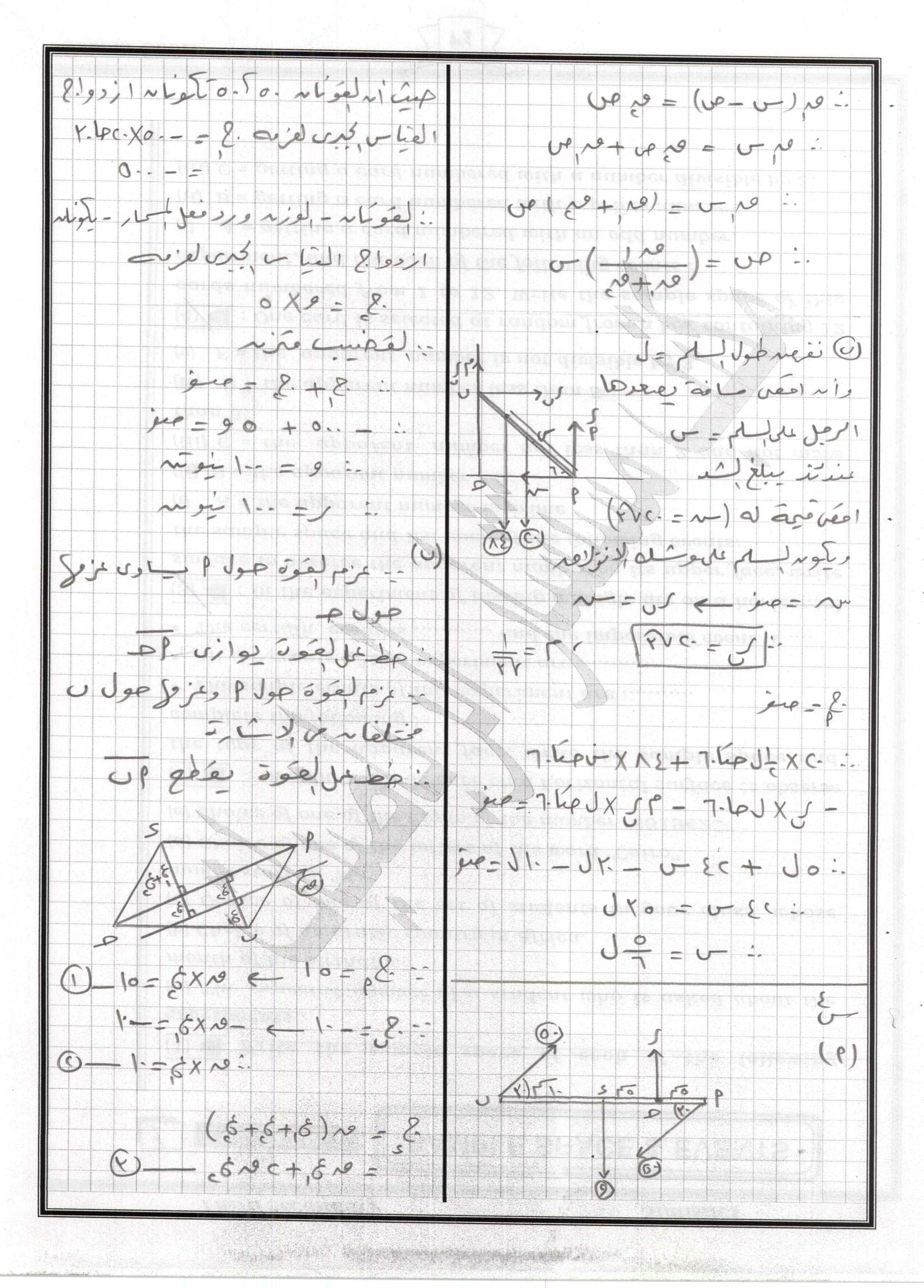
نفرض أن ق١ تحركت مسافة س وأن المحصلة تحركت مسافة ص

∴ ق١ × ا َ حَ = ق٢ × بَ حَ ②

بطرح ① من ②

∴ ق١ (ا َ حَ − ا حـ) = ق٢ (ب حَ − ب حـ)

∴ ق١ (س + ا حـ − ا حـ − ص) = ق٢ ص



∴ ع١ (س − ص) = ع٢ ص

∴ ع١ س = ع٢ ص + ع١ ص

∴ ع١ س = (ع١ + ع٢) ص

∴ ص = $\left(\frac{ع_1}{ع_1 + ع_2}\right)$ س

(ب) نفرض طول السلم = ل

وأن أقصى مسافة يصعدها الرجل على السلم = س

عندئذ يبلغ الشد أقصى قيمة له (ش = ٢٧٠)

ويكون السلم على وشك الانزلاق

س = صفر ← ر٢ = ش

∴ ر٢ = ٢٧٠

م = $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

ج_أ = صفر

∴ ٢٠ × ½ ل جتا٦٠ + ٨٤ × س جتا٦٠

− ر٢ × ل جا٦٠ − م ر١ × ل جتا٦٠ = صفر

∴ ٥ل + ٤٢ س − ٢٠ل − ١٠ل = صفر

∴ ٤٢ س = ٢٥ ل

∴ س = $\frac{5}{6}$ ل

حيث أن القوتان ٥٠، ٥٠ تكونان ازدواج

القياس الجبري لعزمه ج١ = −٥٠ × ٢٠ جا٣٠

= −٥٠٠

∴ القوتان − الوزن ورد فعل المسمار يكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه

ج٢ = و × ٥

∴ القضيب متزن

∴ ج١ + ج٢ = صفر

∴ −٥٠٠ + ٥ و = صفر

∴ و = ١٠٠ نيوتن

ر = ١٠٠ نيوتن

(ب) ∵ عزم القوة حول أ يساوي عزمها حول جـ

∴ خط عمل القوة يوازي $\overline{أجـ}$

∵ عزم القوة حول أ وعزمها حول ب مختلفان في الإشارة

∴ خط عمل القوة يقطع $\overline{أب}$

∵ ج_أ = ١٥ ← ق × ع٣ = ١٥ —— (١)

∵ ج_ب = −١٠ ← −ق × ع١ = −١٠

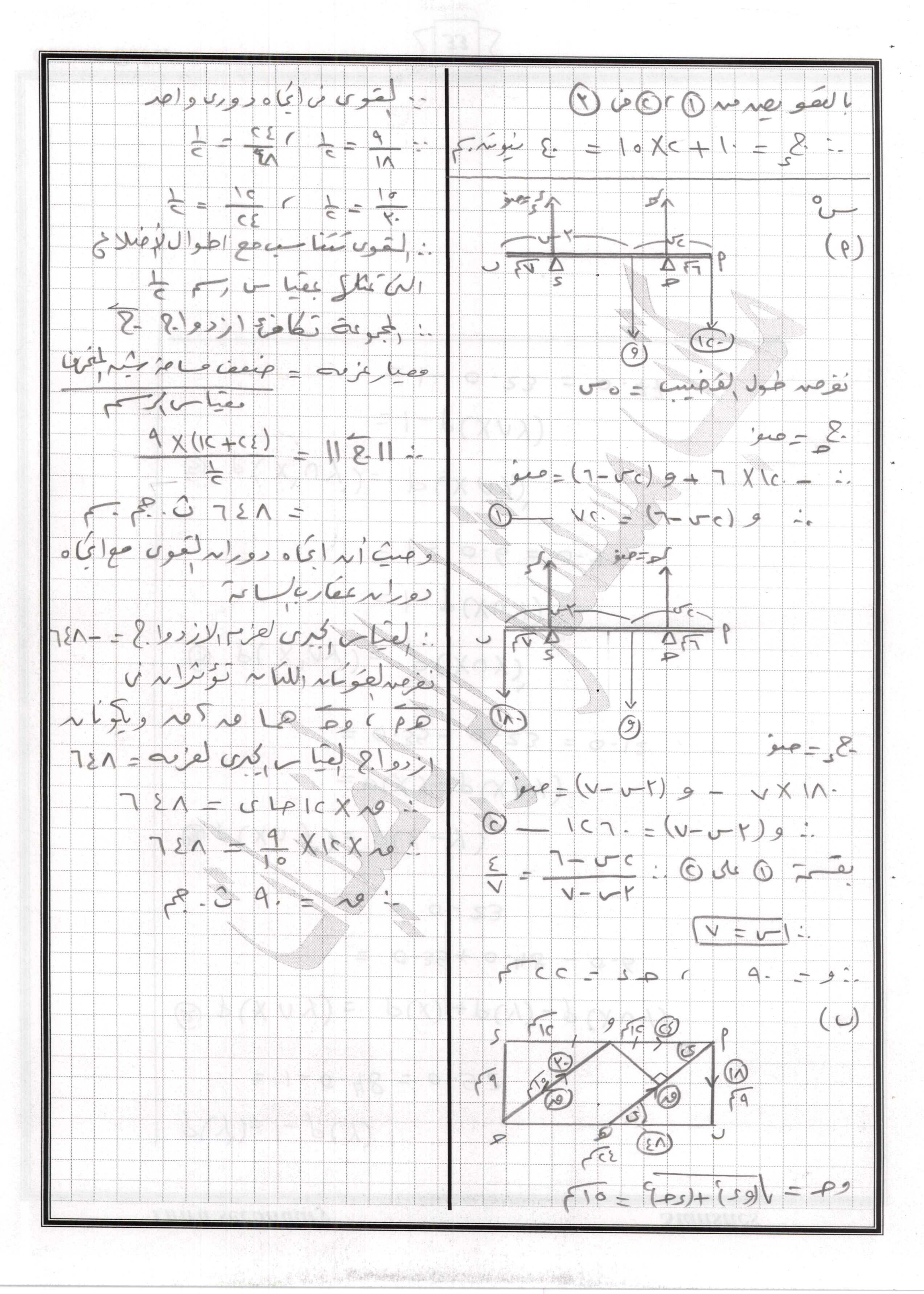
∴ ق × ع١ = ١٠ —— (٢)

ج_د = ق (ع١ + ع٢ + ع٣)

= ق ع١ + ٢ق ع٣ —— (٣)

س ٤

(أ)



بالتعويض من ① ، ② في ②

∴ $ج_ء$ = ١٠ + ٢ × ١٥ = ٤٠ نيوتن.سم

س٥

(أ)

نفرض طول القضيب = ٥س

$ج_هـ$ = صفر

∴ − ١٢٠ × ٦ + و (٢س − ٦) = صفر

∴ و (٢س − ٦) = ٧٢٠ —— ①

$ج_ء$ = صفر

١٨٠ × ٧ − و (٣س − ٧) = صفر

∴ و (٣س − ٧) = ١٢٦٠ —— ②

بقسمة ① على ② ∴ $\frac{٢س - ٦}{٣س - ٧} = \frac{٤}{٧}$

∴ س = ٧

∴ و = ٩٠ ، هـ ء = ٢٢ سم

(ب)

و هـ = $\sqrt{(و ء)^2 + (ء هـ)^2}$ = ١٥ سم

∴ القوى في اتجاه دوري واحد

∴ $\frac{٩}{١٨} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢٤}{٤٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{١٥}{٣٠} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{١٢}{٢٤} = \frac{١}{٢}$

∴ القوى تتناسب مع أطوال الأضلاع

التي تمثلها بمقياس رسم $\frac{١}{٢}$

∴ المجموعة تكافئ ازدواج ج

معيار عزمه = ضعف مساحة شبه المنحرف / مقياس الرسم

∴ ‖ج‖ = $\frac{٩ × (١٢ + ٢٤)}{\frac{١}{٢}}$

= ٦٤٨ ث.جم.سم

وحيث أن اتجاه دوران القوى مع اتجاه دوران عقارب الساعة

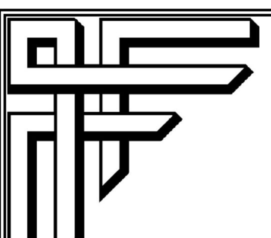
∴ القياس الجبري لعزم الازدواج = −٦٤٨

نفرض القوتان اللتان تؤثران في هـم ، وحَ هما ق ، ق ويكونان ازدواج القياس الجبري لعزمه = ٦٤٨

∴ ق × ١٢ جا ى = ٦٤٨

∴ ق × ١٢ × $\frac{٩}{١٥}$ = ٦٤٨

∴ ق = ٩٠ ث.جم



مكتب مستشار الرياضيات

نموذج امتحان الاستاتيكا

العام الدراسى ٢٠١٣ – ٢٠١٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : أكمل كلاً مما يأتى

❶ إذا كان $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{و}$ فإن ....

❷ إذا كانت قوة الاحتكاك النهائى ٦٠ نيوتن ومعامل الاحتكاك ٠,٧٥ فإن رد الفعل المحصل ....

❸ $\overleftarrow{ق_١}$ // $\overleftarrow{ق_٢}$ ومحصلتهما $\overleftarrow{ح}$ إذا كان $ق_١$ = ٣ نيوتن ، ح = ٧ نيوتن فإن $ق_٢$ = ...

❹ أ ، ب نقطتان فى مستوى القوة $\overleftarrow{ق}$ ، إذا كان $\overleftarrow{ج_أ} + \overleftarrow{ج_ب} = \overleftarrow{و}$ فإن ....

❺ إذا كان ٤ $\overleftarrow{ق_١}$ ، ٣ $\overleftarrow{ق_٢}$ هما قوتى ازدواج وكان $\overleftarrow{ق_١}$ = (٦ ، – ٩) فإن $\overleftarrow{ق_٢}$ = ...

❻ إذا اتزن جسم متزن تحت تأثير عدة قوى مستوية فيكون المجموع الجبرى لعزوم هذه القوى حول أى نقطة مستويها ....

السؤال الثانى

❶ إذا كانت القوتان $\overleftarrow{ق_١}$ = (٢ ، م) ، $\overleftarrow{ق_٢}$ = (– ٦ ، ٣) متوازيتين فأوجد قيمة م ، وإذا أثرت القوتان فى النقطتين (١ ، ٠) ، (٥ ، ٠) على الترتيب فأوجد إحداثى نقطة تقاطع خط عمل محصلتهما مع محور السينات .

❷ أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه أ ء = ب جـ = ١٠ سم ، أ ب = ٢١ سم ، جـ ء = ٩ سم أثرت القوى التى مقاديرها ١٨ ، ٢٠ ، ٦٨ ، ٢٠ ، ٤٢ ث جم فى الاتجاهات $\overleftarrow{جـ ء}$ ، $\overleftarrow{ء أ}$ ، $\overleftarrow{أ جـ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{ب أ}$ على الترتيب ، أثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواج وأوجد معيار عزم هذا الازدواج .

السؤال الثالث

❶ أ ب جـ ء هـ و مسدس منتظم طول ضلعه ٨ سم ، أثرت قوى مقاديرها ١ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٤ ، ق نيوتن فى الاتجاهات $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{ء جـ}$ ، $\overleftarrow{هـ ء}$ ، $\overleftarrow{و هـ}$ ، $\overleftarrow{و أ}$ على الترتيب ، أوجد ق التى تجعل المجموع الجبرى لعزوم المجموعة ينعدم حول الرأس جـ .

تابع السؤال الثالث

❷ أ ب قضيب غير منتظم يرتكز على حاملين عند جـ ، ء حيث ٢ أ جـ = ٢ ء ب = جـ ء .
وجد أن القضيب يكون على وشك الدوران إذا علق من أ ثقل قدره و ، أو إذا علق من ب ثقل قدره ك .
أثبت أن نقطة تأثير وزن القضيب تقسم $\overline{أب}$ بنسبة ٣ و + ك : و + ٣ ك .

السؤال الرابع

❶ جسم وزنه ٢٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل خشن . لوحظ أن الجسم يكون على وشك الانزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا أريد زيادة ميل المستوى إلى ٦٠° فأوجد مقدار مقدار أقل قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل فى المستوى تجعله على وشك الحركة .

❷ أ ب قضيب منتظم طوله ٢٤٠ سم ووزنه ٥٠٠ ث جم يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقى خشن ويستند بإحدى نقطة جـ على مسمار أملس مثبت على ارتفاع ٩٠ سم من المستوى الأفقى. وعندما كان القضيب على وشك الانزلاق كان ب جـ = ٩٠ سم . أوجد رد فعل المسمار عند جـ ، ثم أوجدمعامل الاحتكاك بين القضيب والمستوى الأفقى .

السؤال الخامس

❶ أثرت القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ + ٥ $\overrightarrow{ص}$ فى النقطة أ (١ ، ٢) أوجد :

❶ عزم القوة بالنسبة للنقطة ب (٣ ، ٢) .

❷ المركبة الجبرية للقوة $\overrightarrow{ق}$ فى اتجاه $\overrightarrow{أب}$

❸ مساحة △ أ ب جـ حيث جـ (٣ ، ٥)

❷ أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ، وزنه ٣٩ ث كجم يتصل بمفصل فى حائط رأسى عند طرفه أ ، أثر عليه ازدواج عزمه ٣٠ ث كجم . سم فاتزن القضيب فى وضع يميل فيه القضيب على الحائط بزاوية قياسها هـ ، أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل وقياس الزاوية هـ .

نموذج امتحان (مادة الاستاتيكا) طبقاً لمواصفات الورقة الامتحانية للعام ٢٠١٥

أولاً : السؤال الأول (إجباري) : تخير الإجابة الصحيحة من بين القوسين (٦ درجات)

[١] في الشكل المقابل



أ ب قضيب منتظم وفي حالة اتزان ، طرفه أ يستند على سطح خشن بينما الطرف ب يستند على سطح أملس . إذا كان القضيب وزنه (و) ، أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع فأوجد النسبة ($ر_١ + ر_٢$) : و

❶ ١ : ٢ ❷ ٣ : ٤ ❸ ٥ : ٤ ❹ ٧ : ٤

[٢] جسم وزنه ١٠ ث كجم موضوع على مستوى أفقي خشن ، وكان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى $\frac{١}{٤}$ ، أثرت على الجسم قوة أفقية مقدارها ٢ ث كجم . إذا كانت قوة الاحتكاك ح ث كجم فإن :

❶ ح < ٢ ❷ ح = ٢ ❸ ٢ ≤ ح ≤ ٢,٥ ❹ ح = ٢,٥

[٣] متوازي الأضلاع الذي قطراه المتجهين $\overrightarrow{ل} = ٢\overrightarrow{أ} - \overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{م} = ٤\overrightarrow{أ} - ٥\overrightarrow{ب}$ ، حيث $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متجهي وحدة يحصران بينهما زاوية قياسها ١٥٠° . كم تساوي مساحته من وحدات المساحة ؟

❶ ١,٥ ❷ ٣ ❸ $\frac{٢٧}{٤}$ ❹ ٩

[٤] إذا كانت القوة $\overrightarrow{ق}$ تؤثر في مستوى متوازي الأضلاع أ ب جـ د ، وكان $ج_أ = -١٨$ وحدة عزم ، $ج_ب = ج_د = ٣٢$ وحدة عزم ، فأوجد $ج_{جـ}$.

❶ ٥٠ وحدة عزم ❷ ٨٢ وحدة عزم ❸ ٤٦ وحدة عزم ❹ ١٤ وحدة عزم

[٥] إذا كانت $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ قوتان متوازيتان بحيث $ق_١ = ٨$ نيوتن وكان مقدار محصلتهما ١٧ نيوتن فأوجد $ق_٢$.

❶ ٩ نيوتن ❷ ٢٥ نيوتن ❸ ٩ أو ٢٥ نيوتن ❹ ١٥ نيوتن

[٦] إذا كانت القوى $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$ تؤثر في النقط (٠ ، ٠) ، (١ ، ٠) ، (٠ ، ١) على الترتيب وتكافئ ازدواج وكانت $\overrightarrow{ق_١} = ٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = -\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ فأوجد متجه عزم الازدواج .

❶ ٣ $\overrightarrow{ع}$ ❷ -٦ $\overrightarrow{ع}$ ❸ -٤ $\overrightarrow{ع}$ ❹ - $\overrightarrow{ع}$

ثانيًا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتي

السؤال الثاني : (٨ درجات)

❶ إذا أثرت القوة $\overline{ق} = ٦\,\overline{س} + ٢\,\overline{ص}$ في نقطة أ (١ ، ٢) فأوجد متجه عزم القوة $\overline{ق}$ حول النقطة ب (٤ ، -٢) وبعد النقطة ب عن خط عمل $\overline{ق}$ ثم أوجد المركبة الجبرية للقوة $\overline{ق}$ في اتجاه $\overrightarrow{أب}$.

❷ أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠ سم وزنه ٣٠ ثقل كجم يتصل بمفصل في حائط رأسي عند طرفه أ . أثر عليه ازدواج معيار عزمه ٣٠٠ ثقل كجم . سم فاتزن القضيب في وضع يميل على الحائط بزاوية قياسها هـ . أوجد مقدار واتجاه رد فعل المفصل وقياس الزاوية هـ .

السؤال الثالث : (٨ درجات)

❶ أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٠ سم . أثرت قوى مقاديرها ٨ ، $ق_١$ ، $ق_٢$ نيوتن في الاتجاهات $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أء}$ ، $\overrightarrow{جـب}$ على الترتيب فإذا انعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول كل من منتصفي $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{جـ ء}$ فأوجد مقدار كل من $ق_١$ ، $ق_٢$.

❷ أ ب قضيب منتظم طوله ٦٠ سم ووزنه ١٦ ث كجم يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقي خشن ويرتكز عند إحدى نقطه جـ على وتد أفقي أملس يعلو ٣٠ سم عن المستوى الأفقي . فإذا كان القضيب يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° فأوجد قوة الاحتكاك . وإذا كان معامل الاحتكاك بين القضيب والأفقي $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فبين هل القضيب على وشك الانزلاق أم لا ؟

السؤال الرابع : (٨ درجات)

❶ وضع جسم كتلته ١٠ كجم على مستوى خشن يميل على الأفقي بزاوية هـ حيث ظا هـ = $\frac{٤}{٣}$ ثم ربط الجسم بخيط يمر على بكرة ملساء عند قمة المستوى ويتدلى من طرفه كفة ميزان كتلتها $\frac{١}{٢}$ كجم . فإذا كان أقل ثقل وضعه في الكفة حتى يظل الجسم متزنًا هو ٣,٥ كجم . فأوجد معامل الاحتكاك ثم أثبت أن أكبر ثقل يمكن وضعه في الكفة دون أن يختل التوازن يساوي ١١,٥ كجم .

❷ أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ١٢ سم ، ب جـ = ٩ سم ، أخذت نقطة م ∈ $\overline{ب جـ}$ بحيث م ب = ٤ سم ، أثرت قوى مقاديرها ق ، ٨ $\sqrt{٢}$ ، ٢٦ ، ك ، ١٨ نيوتن في الاتجاهات $\overrightarrow{ب أ}$ ، $\overrightarrow{أ م}$ ، $\overrightarrow{م ء}$ ، $\overrightarrow{ء جـ}$ ، $\overrightarrow{ء أ}$ على الترتيب . فإذا كانت مجموعة القوى متزنة فأوجد قيمة كل من ق ، ك .



السؤال الخامس : (٨ درجات)

❶ أ ب قضيب غير منتظم وزنه (و) نيوتن وطوله ١٥٠ سم يرتكز في وضع أفقي على وتديه جـ ، ء بحيث كان أ جـ = ٢٠ سم ، ب ء = ٣٠ سم . لوحظ أن القضيب يكون على وشك الدوران حول ء إذا علق من ب ثقل قدره ٢٠ نيوتن ويكون على وشك الدوران حول جـ إذا علق من أ ثقل قدره ٧٠ نيوتن . أوجد وزن القضيب وعين بعد نقطة تأثير الوزن عن أ .

❷ تؤثر القوى المتوازية $\overline{ق}_{١}$ ، $\overline{ق}_{٢}$ ، $\overline{ق}_{٣}$ ، $\overline{ق}_{٤}$ في النقط أ (٢ ، -١) ، ب (-٤ ، -٣) ، جـ (٣ ، ٥) ، ء (-١ ، ٠) على الترتيب . إذا كانت هذه القوى متزنة وتقع في مستوى واحد وكانت $\overline{ق}_{١} = ٣\,\overline{س} + ٤\,\overline{ص}$ ، $\|\,\overline{ق}_{٢}\,\| = ٢٠$ وحدة قوة وتعمل في نفس اتجاه $\overline{ق}_{١}$.

فأوجد كلا من $\overline{ق}_{٢}$ ، $\overline{ق}_{٣}$ ، $\overline{ق}_{٤}$.